

- 1 物体の状態が1から2へ変わるとき、物体になされた仕事を ΔW 、吸収した熱量を ΔQ とすると、両者の和は物体の内部エネルギーの変化分 ΔU に等しい（熱力学の第一法則）。ここで内部エネルギーを U とした。また、一般に状態量 x を固定したまま1モルの物体にゆっくりと熱量 δQ を加えたとき、物体の温度が δT 上昇したとする。このとき、熱量と温度変化の比の極限

$$C_x = \lim_{\delta T \rightarrow 0} \frac{\delta Q}{\delta T}$$

をこの過程に対する物体のモル比熱と呼ぶ。以下の設問に答えよ。

- (a) モル数、圧力、体積、絶対温度、気体定数をそれぞれ n 、 P 、 V 、 T 、 R とするとき、状態方程式 $PV = nRT$ を満たし、内部エネルギーが $U = nCT$ で与えられる気体を理想気体と呼ぶ（ただし、 C は正の定数）。 n モルの理想気体を (P_1, V_1) で表される状態（以下、このような状態を”状態 (P_1, V_1) ” と呼ぶことにする）から、温度 T を一定に保ったまま状態 (P_2, V_2) に圧縮するとき（等温圧縮）に気体が吸収する熱量 Q を T と V_1 、 V_2 で表せ。ここで $V_1 > V_2$ とする。（ヒント：前回の演習で見たように、圧力 P の下で体積が δV 変化したときに外からなされる仕事は $\delta W = -P\delta V$ で表される。）
- (b) 理想気体について、体積を一定にして熱を加えた場合のモル比熱（定積モル比熱） C_V と、圧力を一定にして熱を加えた場合のモル比熱（定圧モル比熱） C_P を求め、理想気体の比熱が温度によらず一定であることを確かめよ。また、 $C_P - C_V = R$ を確かめよ。
- (b) 理想気体の断熱変化において、 $PV^\gamma = \text{const.}$ ($\gamma = C_P/C_V$) が成立することを熱力学の第一法則から導け。
- (c) n モルの理想気体の体積を一定にして温度を T_1 から T_2 に上昇させるとき（等積加熱）、気体が吸収する熱量 Q を求めよ。ただし、 $T_1 < T_2$ とする。
- (d) n モルの理想気体を状態 (P_1, V_1) から状態 (P_2, V_2) まで次の二通りの方法で変化させる。
- (i) 断熱圧縮
- (ii) 等温圧縮の後、等積加熱あるいは等積冷却

この二つの過程のそれぞれについて気体になされた仕事 W_1 と W_2 、気体が吸収した熱量 Q_1 、 Q_2 を求め、 $W_1 + Q_1 = W_2 + Q_2$ を確かめよ。

2 n モルの理想気体を

- (i) 状態 (P_1, V_1) から温度 $T_1 = P_1 V_1 / (nR)$ を一定にして等温膨張させ、状態 (P_2, V_2) まで変化させる。
- (ii) 次に状態 (P_2, V_2) から状態 (P_3, V_3) に断熱膨張させる。
- (iii) さらに、温度 $T_2 = P_3 V_3 / (nR)$ を一定にしたまま状態 (P_3, V_3) から状態 (P_4, V_4) まで等温圧縮する。
- (iv) 最後に、 (P_4, V_4) から断熱圧縮により元の状態 (P_1, V_1) に戻す。

この過程を Carnot サイクルという。

- (a) この過程の変化のあらましを図示せよ。
- (b) 等温変化 (i) で吸収する熱量を Q_1 、等温変化 (iii) で吸収する熱量を Q_2 とするとき、

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

(Clausius の等式) が成り立つことを示せ。

- (c) 熱機関の効率 η は、有効熱の割合 ξ と、有効熱を実際に仕事に変える変換率 ζ の積から、 $\eta = W/Q$ で表わされる (ただし W は外にする仕事、 Q は高温熱源から得た熱量を表わす)。このことを確かめよ。また、Carnot サイクルの効率を求め、熱源の温度だけで決まることを確かめよ。
- (d) 常温 (27) と熱い熱源 (327) を使って熱機関を作ると、その最大効率はいくらになるか。

3 光は光子と呼ばれる微粒子の集まりと考えることができる。したがって、光子の集団 (これを光子気体と呼ぶ) が密閉されたシリンダーの中に閉じ込められると、その容器の側面に圧力を及ぼす。このとき状態方程式は $P = \sigma T^4 / 3$ となり、内部エネルギーは $U = \sigma V T^4$ である。ただし、 σ は正の定数である。

- (a) 等温膨張するとき、外にした仕事と、外界から吸収する熱量を求めよ。
- (b) 断熱過程での圧力 P と体積 V の関係を求めよ。また、これを利用して断熱膨張するときの仕事をも求めよ。
- (c) (a)、(b) の結果を用いて、光子気体が

$$(P_1, V_1) \xrightarrow[\text{等温膨張 } (T_H)]{} (P_2, V_2) \xrightarrow[\text{断熱膨張}]{} (P_3, V_3) \xrightarrow[\text{等温圧縮 } (T_L)]{} (P_4, V_4) \xrightarrow[\text{断熱圧縮}]{} (P_1, V_1)$$

と変化する Carnot サイクルの効率を求めよ。ただし、全ての過程は準静的であるとす。