

- 1 次のそれぞれの試行における確率分布を求め、図示せよ。また、平均 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

- (a) 表が出る確率が p のコインを何度も投げて、初めて表が出るまでの回数 x の確率分布
 (b) サイコロを投げて出た目を x とするとき、 $y = (x - 3)^2$ の確率分布
 (c) 2つのサイコロを投げたときに得られる目の和 x の確率分布
 (d) コインを N 回投げた時に表が出る回数 x の確率分布

- 2 次の確率分布の平均 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

- (a) ポアソン分布

$$P(X = x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} \quad (x = 0, 1, 2, \dots; \mu > 0 \text{ は定数})$$

- (b) 指数分布

$$P(X = x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (0 \leq x < \infty)$$

- (c) 正規分布

$$P(X = x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < +\infty)$$

- 3 「サイコロ2つを24回振って、少なくとも1回6のゾロ目が出れば勝ち」という賭けには、どのくらいの確率で勝つことができるか。

- 4 成功する確率 p 、失敗する確率 q の独立な N 回の試行（ベルヌーイ試行）について考える。

- (a) N 回の試行において、 x 回成功する確率を求め、確率分布を図示せよ。
 (b) (a) の分布が、 $\sum_x p(x) = 1$ となることを確かめよ。
 (c) 平均と分散を求めよ。
 (c) (a) において、平均値を固定したまま $N \rightarrow \infty$ とすると、どのような確率分布が得られるか（この極限において得られる分布をポアソン分布と呼ぶ）。

- 5 微小時間 Δt の間に放射性原子が一つ崩壊する確率は ν を定数として、 $\nu \Delta t$ で与えられ、一つも崩壊しない確率は $1 - \nu \Delta t$ で与えられることが知られている。時刻 t までに放射性原子が n 個崩壊する確率を $P(n, t)$ としよう。（崩壊前の放射性原子の総数は崩壊数 n に比べて非常に多いとし、崩壊率 ν は常に一定と仮定する）

- (a) $P(0, t + \Delta t)$ を $P(0, t)$ で表せ。同様に考え、 $P(n, t + \Delta t)$ を $P(n, t)$ と $P(n - 1, t)$ で表せ。
 (b) $\Delta t \rightarrow 0$ として、 $P(n, t)$ が満たす微分方程式を求めよ。
 (c) $P(0, 0) = 1$ の条件の下で $P(0, t)$ の方程式を解け。
 (d) $P(n, t) = g(n, t)P(0, t)$ において $P(n, 0) = 0$ ($n \geq 1$) の条件の下で $P(n, t)$ を求めよ。これはどのような分布か。